

Ensembles

Exercice 1. Soit $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Décrire, en donnant la liste de leurs éléments, les ensembles suivants :

1. $B = \{x \in A, x < 5\}$.
2. $C = \{x \in A, x > 3\}$.
3. $D = \{x \in A, x \text{ est pair}\}$.
4. $E = \{x \in A, x \text{ est un multiple de } 3\}$.
5. $F = B \cup D$.
6. $G = F \cap E$.
7. $H = A \setminus C$.
8. $I = B \cap H$.
9. $J = H \cap E$.
10. $K = J \cap D$.

Exercice 2. A et B sont deux ensembles. Montrer que $A \cap B = A \cup B$ si et seulement si $A = B$.

Exercice 3. Soient $A = \{1, 2, 3\}$ et $B = \{3, 4\}$. Déterminer $C = A \times B$, $D = B \times A$, $E = C \cup D$, $F = C \cap D$.

Exercice 4. Soit $A = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\}$. Décrire, en donnant la liste de leurs éléments, les ensembles suivants :

1. $B = \{x \in A, x < 10\}$.
2. $C = \{x \in A, x > 15\}$.
3. $D = \{x \in A, x \text{ est pair}\}$.
4. $E = \{x \in A, x \text{ est un multiple de } 10\}$.
5. $F = B \cup D$.
6. $G = F \cap E$.
7. $H = A \setminus C$.
8. $I = B \cap H$.
9. $J = H \cap E$.
10. $K = J \cap D$.

Exercice 5. Soient $A = \{2, 3, 5, 9\}$ et $B = \{2, 9, 7\}$. Déterminer $C = A \times B$, $D = B \times A$, $E = C \cup D$, $F = C \cap D$.

Exercice 6. Principe des tiroirs.

Soient E et F deux ensembles finis tels que $\text{Card}(E) > \text{Card}(F)$ et $f : E \mapsto F$ une application. Prouver qu'il existe un élément de F qui a au moins deux antécédents par f .