

## Ensembles finis

**Exercice 1.**  $A$  et  $B$  sont deux ensembles de 10 éléments chacun.

Que peut-on dire des cardinaux de  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \times B$  ?

**Exercice 2.** Compter le nombre de surjections d'un ensemble non vide  $E$  à  $n$  éléments dans un ensemble  $F$  à trois éléments.

**Exercice 3.** Soient  $E = \{a, b, c\}$  un ensemble à 3 éléments et  $F = \{u, v\}$  un ensemble à 2 éléments.

1. Lister toutes les applications de  $E$  dans  $F$ . Dire si elles sont injectives, surjectives, bijectives.

2. Même question pour les applications de  $F$  dans  $E$ .

3. Même question pour les applications de  $F$  dans  $F$ .

**Exercice 4.** Déterminer le développement de  $(a + b)^4$ .

**Exercice 5.** Déterminer le développement de  $(a + b)^7$ .

**Exercice 6.** Déterminer le développement de  $(1 + b)^7$ .

**Exercice 7.** Prouver que  $2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{k} + \dots + \binom{n}{n}$ .

**Exercice 8.** Montrer que, pour  $n$  et  $k$  deux entiers naturels avec  $1 \leq k \leq n$ , on a l'égalité suivante  $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$ .

**Exercice 9.** Calculer  $\binom{10}{8}$ ,  $\binom{5}{1}$  et  $\binom{50}{49}$ .

**Exercice 10.** Compter le nombre d'injections d'un ensemble  $E$  à  $n$  éléments dans un ensemble  $F$  à  $m$  éléments.